



## 专题 4 线面平行与面面平行的判定及性质

## 一、直线与平面平行

	文字语言	图形语言	符号语言
判定定理	平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则直线与此平面平行.		$\left. \begin{array}{l} \underline{a \not\subset \alpha} \\ \underline{b \subset \alpha} \\ \underline{b // a} \end{array} \right\} \Rightarrow a // \alpha$
性质定理	如果一条直线和一个平面平行，经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线就和交线平行.		$\left. \begin{array}{l} \underline{a // \alpha} \\ \underline{a \subset \beta} \\ \underline{\alpha \cap \beta = b} \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$

## 二、平面与平面平行

	文字语言	图形语言	符号语言
判定定理	一个平面内有两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行		$\left. \begin{array}{l} \underline{a \subset \alpha} \\ \underline{b \subset \alpha} \\ \underline{a \cap b = P} \\ \underline{a // \beta} \\ \underline{b // \beta} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha // \beta$
性质定理	如果两个平行平面与第三个平面相交，那么它们的交线平行		$\left. \begin{array}{l} \underline{\alpha // \beta} \\ \underline{\alpha \cap \gamma = a} \\ \underline{\beta \cap \gamma = b} \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$

【例 1】下列条件中，能判断两个平面平行的是 ( )

- A. 一个平面内的一条直线平行于另一个平面      B. 一个平面内的两条直线平行于另一个平面  
C. 一个平面内有无数条直线平行于另一个平面      D. 一个平面内任何一条直线都平行于另一个平面

【解析】由面面平行的定义可知选 D.

【例 2】若直线  $a$  平行于平面  $\alpha$ ，则下列结论错误的是 ( )

- A.  $a$  平行于  $\alpha$  内的所有直线      B.  $\alpha$  内有无数条直线与  $a$  平行  
C. 直线  $a$  上的点到平面  $\alpha$  的距离相等      D.  $\alpha$  内存在无数条直线与  $a$  垂直

【解析】A 错误， $a$  与  $\alpha$  内的直线平行或异面.

【例 3】已知不重合的直线  $a, b$  和平面  $\alpha$ ，①若  $a // \alpha, b \subset \alpha$ ，则  $a // b$ ；②若  $a // \alpha, b // \alpha$ ，则  $a // b$ ；③若  $a // b, b \subset \alpha$ ，则  $a // \alpha$ ；④若  $a // b, a // \alpha$ ，则  $b // \alpha$  或  $b \subset \alpha$ ，上面命题中正确的是 \_\_\_\_\_ (填序号).

【解析】①中  $a$  与  $b$  可能异面；②中  $a$  与  $b$  可能相交、平行或异面；③中  $a$  可能在平面  $\alpha$  内，④正确.



**【例 4】** 已知 $\alpha$ 、 $\beta$ 是平面， $m$ 、 $n$ 是直线，给出下列命题：①若 $m \perp \alpha$ ， $m \subset \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$ .②若 $m \subset \alpha$ ， $n \subset \alpha$ ， $m \parallel \beta$ ， $n \parallel \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$ .③如果 $m \subset \alpha$ ， $n \not\subset \alpha$ ， $m$ 、 $n$ 是异面直线，那么 $n$ 与 $\alpha$ 相交. ④若 $\alpha \cap \beta = m$ ， $n \parallel m$ ，且 $n \not\subset \alpha$ ， $n \not\subset \beta$ ，则 $n \parallel \alpha$ 且 $n \parallel \beta$ 其中正确命题的个数是 ( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

**【解析】** 对于①，由定理“如果一个平面经过另一个平面的一条垂线，那么这两个平面垂直”得知，①正确；对于②，注意到直线 $m$ 、 $n$ 可能是两条平行直线，此时平面 $\alpha$ 、 $\beta$ 可能是相交平面，因此②不正确；对于③，满足条件的直线 $n$ 可能平行于平面 $\alpha$ ，因此③不正确；对于④，由定理“如果平面外一条直线平行于平面内一条直线，那么这条直线平行于这个平面”得知，④正确. 综上所述，其中正确的命题是①④，故选 B.

**【例 5】** 已知 $m$ 、 $n$ 表示两条不同直线， $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 表示不同平面，给出下列三个命题：

$$\textcircled{1} \begin{cases} m \perp \alpha \\ n \perp \alpha \end{cases} \Rightarrow m \parallel n; \quad \textcircled{2} \begin{cases} m \perp \alpha \\ m \perp n \end{cases} \Rightarrow n \parallel \alpha; \quad \textcircled{3} \begin{cases} m \perp \alpha \\ n \parallel \alpha \end{cases} \Rightarrow m \perp n$$
 其中真命题的个数为 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**【解析】** 若 $\begin{cases} m \perp \alpha \\ n \perp \alpha \end{cases}$ ，则 $m \parallel n$ ，即命题①正确；若 $\begin{cases} m \perp \alpha \\ m \perp n \end{cases}$ ，则 $n \parallel \alpha$ 或 $n \subset \alpha$ ，即命题②不正确；若 $\begin{cases} m \perp \alpha \\ n \parallel \alpha \end{cases}$ ，则 $m \perp n$ ，即命题③正确；综上可得，真命题共有 2 个. 故选 C.

**【例 6】** 已知 $m$ 、 $n$ 、 $l_1$ 、 $l_2$ 表示直线， $\alpha$ 、 $\beta$ 表示平面. 若 $m \subset \alpha$ ， $n \subset \alpha$ ， $l_1 \subset \beta$ ， $l_2 \subset \beta$ ， $l_1 \cap l_2 = M$ ，则以下条件中，能推出 $\alpha \parallel \beta$ 的是 ( )

- A.  $m \parallel \beta$ 且 $l_1 \parallel \alpha$       B.  $m \parallel \beta$ 且 $n \parallel \beta$       C.  $m \parallel \beta$ 且 $n \parallel l_2$       D.  $m \parallel l_1$ 且 $n \parallel l_2$

**【解析】** 由定理“如果一个平面内有两条相交直线分别与另一个平面平行，那么这两个平面平行”可得，由选项 D 可推知 $\alpha \parallel \beta$ .

**【例 7】** 在下列条件中，可判断平面 $\alpha$ 与 $\beta$ 平行的是 ( )

- A.  $\alpha$ 、 $\beta$ 都平行于直线 $l$                       B.  $\alpha$ 内存在不共线的三点到 $\beta$ 的距离相等  
C.  $l$ 、 $m$ 是 $\alpha$ 内两条直线，且 $l \parallel \beta$ ， $m \parallel \beta$                       D.  $l$ 、 $m$ 是两条异面直线，且 $l \parallel \alpha$ ， $m \parallel \alpha$ ， $l \parallel \beta$ ， $m \parallel \beta$

**【解析】** 排除法，A 中 $\alpha$ 、 $\beta$ 可以是相交平面；B 中三点可面平面两侧；C 中两直线可以不相交. 故选 D，也可直接证明.

**【例 8】** 经过平面外的两点作该平面的平行平面可以作 ( )

- A. 0 个                      B. 1 个                      C. 0 个或 1 个                      D. 1 个或 2 个

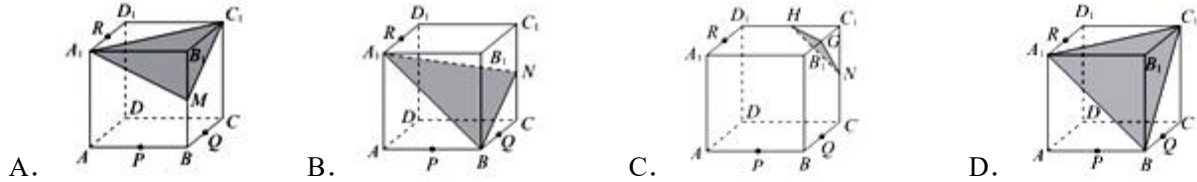
**【解析】** 这两点可以是在平面同侧或两侧. 故选 C.





- A. 充分但不必要条件  
 B. 必要但不充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分又不必要条件

10. (2018·沧州一模) 如图, 在下列四个正方体中,  $P, R, Q, M, N, G, H$  为所在棱的中点, 则在这四个正方体中, 阴影平面与  $PRQ$  所在平面平行的是 ( )

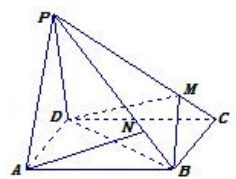


11. (2017·洛南期末) 已知平面  $\alpha \parallel$  平面  $\beta$ , 直线  $m \subset \alpha$ , 直线  $n \subset \beta$ , 下列结论中不正确的是 ( )

A.  $m \parallel \beta$                       B.  $n \parallel \alpha$                       C.  $m \parallel n$                       D.  $m$  与  $n$  不相交

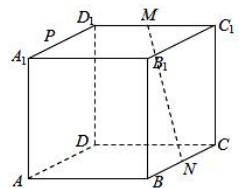
12. (2018·杭州期中) 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面  $ABCD$  是平行四边形,  $M, N$  分别为线段  $PC, PB$  上一点, 若  $PM:MC=3:1$ , 且  $AN \parallel$  平面  $BDM$ , 则  $PN:NB=( )$

- A. 4:1                                      B. 3:1  
 C. 3:2                                      D. 2:1



13. (2018·厦门二模) 如图, 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $M, N, P$  分别是  $C_1D_1, BC, A_1D_1$  的中点, 则下列命题正确的是 ( )

- A.  $MN \parallel AP$                                       B.  $MN \parallel BD_1$   
 C.  $MN \parallel$  平面  $BB_1D_1D$                                       D.  $MN \parallel$  平面  $BDP$

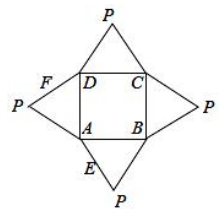


14. (2018·辛集期中) 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为菱形,  $\angle BAD=60^\circ$ ,  $Q$  为  $AD$  的中点, 点  $M$  在线段  $PC$  上,  $PM=tPC$ ,  $PA \parallel$  平面  $MQB$ , 则实数  $t$  的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{5}$                                       B.  $\frac{1}{4}$                                       C.  $\frac{1}{3}$                                       D.  $\frac{1}{2}$

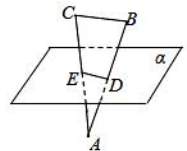
15. (2018·四川模拟) 如图是某几何体的平面展开图, 其中四边形  $ABCD$  为正方形,  $E, F$  分别为  $PA, PD$  的中点. 在此几何体中, 以下结论一定成立的是 ( )

- A. 直线  $BE \parallel PF$                                       B. 直线  $EF \parallel$  平面  $PBC$   
 C. 平面  $BCE \perp$  平面  $PAD$                                       D. 直线  $PB$  与  $DC$  所成角为  $60^\circ$



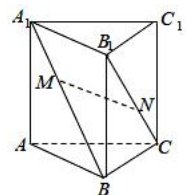
16. (2017·万州期末) 平面  $\alpha$  与  $\triangle ABC$  的两边  $AB, AC$  分别交于点  $D, E$ , 且  $AD:DB=AE:EC$ , 如图, 则  $BC$  与  $\alpha$  的位置关系是 ( )

- A. 异面                                      B. 相交  
 C. 平行或相交                                      D. 平行



17. (2018·桃城模拟) 如图, 各棱长均为 1 的正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$ ,  $M, N$  分别为线段  $A_1B, B_1C$  上的动点, 且  $MN \parallel$  平面  $ACC_1A_1$ , 则这样的  $MN$  有 ( )

- A. 1 条                                      B. 2 条  
 C. 3 条                                      D. 无数条

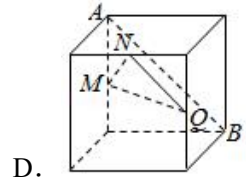
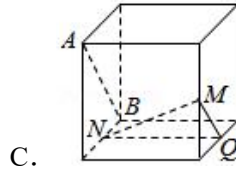
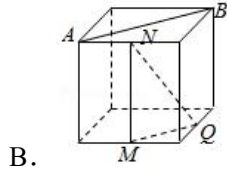
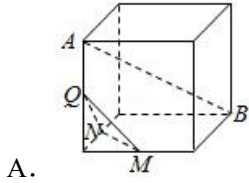






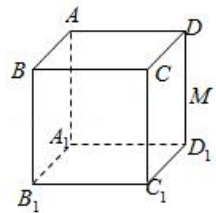
## 达标训练 2

1. (2017•新课标I) 如图, 在下列四个正方体中,  $A, B$  为正方体的两个顶点,  $M, N, Q$  为所在棱的中点, 则在这四个正方体中, 直线  $AB$  与平面  $MNQ$  不平行的是 ( )



2. (2011•浙江) 若直线  $l$  不平行于平面  $\alpha$ , 且  $l \not\subset \alpha$ , 则 ( )
- A.  $\alpha$  内存在直线与  $l$  异面                      B.  $\alpha$  内存在与  $l$  平行的直线
- C.  $\alpha$  内存在唯一的直线与  $l$  平行              D.  $\alpha$  内的直线与  $l$  都相交
3. (2010•浙江) 设  $l, m$  是两条不同的直线,  $\alpha$  是一个平面, 则下列命题正确的是 ( )
- A. 若  $l \perp m, m \subset \alpha$ , 则  $l \perp \alpha$               B. 若  $l \perp \alpha, l // m$ , 则  $m \perp \alpha$
- C. 若  $l // \alpha, m \subset \alpha$ , 则  $l // m$               D. 若  $l // \alpha, m // \alpha$ , 则  $l // m$
4. (2010•江西) 如图,  $M$  是正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱  $DD_1$  的中点, 给出下列命题

- ①过  $M$  点有且只有一条直线与直线  $AB, B_1C_1$  都相交;
- ②过  $M$  点有且只有一条直线与直线  $AB, B_1C_1$  都垂直;
- ③过  $M$  点有且只有一个平面与直线  $AB, B_1C_1$  都相交;
- ④过  $M$  点有且只有一个平面与直线  $AB, B_1C_1$  都平行.



其中真命题是 ( )

- A. ②③④                      B. ①③④                      C. ①②④                      D. ①②③
5. (2008•湖南) 已知直线  $m, n$  和平面  $\alpha, \beta$  满足  $m \perp n, m \perp \alpha, \alpha \perp \beta$ , 则 ( )
- A.  $n \perp \beta$                       B.  $n // \beta$ , 或  $n \subset \beta$               C.  $n \perp \alpha$                       D.  $n // \alpha$ , 或  $n \subset \alpha$
6. (2007•北京) 平面  $\alpha //$  平面  $\beta$  的一个充分条件是 ( )
- A. 存在一条直线  $a, a // \alpha, a // \beta$
- B. 存在一条直线  $a, a \subset \alpha, a // \beta$
- C. 存在两条平行直线  $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a // \beta, b // \alpha$
- D. 存在两条异面直线  $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a // \beta, b // \alpha$
7. (2011•福建) 如图, 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=2$ , 点  $E$  为  $AD$  的中点, 点  $F$  在  $CD$  上, 若  $EF //$  平面  $AB_1C$ , 则线段  $EF$  的长度等于\_\_\_\_\_.

