专题 2 圆的方程

第一讲 圆的平面直角坐标系方程

1．圆的定义

平面内与定点距离等于定长的点的集合(轨迹)叫圆．

2．圆的标准方程：圆心为（a，b），半径为 r 的圆的标准方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$．

【例 1】求下列各圆的方程．

（1）过点 $A(-2,0)$，圆心在 $(3,-2)$；（2）圆心在直线 $2x-y-7=0$ 上的圆 C 与 y 轴交于两点 $A(0,-4)$，$B(0,-2)$

【答案】（1）设所求圆的方程为 $(x-3)^2+(y+2)^2=r^2$． 则 $(-2-3)^2+(0+2)^2=r^2$， 解得 $r^2=29$．

∴ 圆的方程为 $(x-3)^2+(y+2)^2=29$．

（2）圆心在线段 AB 的垂直平分线 $y=-3$ 上，代入直线 $2x-y-7=0$ 得 $x=2$，

圆心为 $(2,-3)$，半径 $r=\sqrt{(2-0)^2+(-3+2)^2}=\sqrt{5}$． ∴ 圆 C 的方程为 $(x-2)^2+(y+3)^2=5$．

3．圆的一般方程：二次方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$．(*) 配方得 $\left(x+\frac{D}{2}\right)^2+\left(y+\frac{E}{2}\right)^2=\frac{D^2+E^2-4F}{4}$．

$(D^2+E^2-4F>0)$ 其中，半径是 $r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$，圆心坐标是 $\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$ 叫做圆的一般方程．

（1）圆的一般方程体现了圆方程的代数特点：x^2、y^2 项系数相等且不为零。没有 xy 项．

（2）当 $D^2+E^2-4F=0$ 时，方程（*）表示点 $\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$；当 $D^2+E^2-4F<0$ 时，方程（*）不表示任何图形．

（3）根据条件列出关于 D、E、F 的三元一次方程组，可确定圆的一般方程．

4．确定圆需三个独立的条件

（1）标准方程： $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$， (a,b) 为圆心，r 为半径．

（2）一般方程：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，圆心坐标：$(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2})$ $r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$．

【例 2】求过 A（4,1），B（6,－3），C（－3,0）三点的圆的方程，并求这个圆的半径长和圆心坐标．

【答案】设圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ ①因为三点 A（4，1），B（6，－3），C（－3，0）都在圆上，所以它们的坐标都是方程①的解，将它们的坐标分别代入方程①，得到关于 D，E，F 的一个三元一次方程组：$\begin{cases}4^2+1^2+4D+E+F=0\\6^2+(-3)^2+6D-3E+F=0\\(-3)^2+0^2-3D+0\cdot E+F=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}D=-2\\E=6\\F=-15\end{cases}$．所以圆的方程是 $x^2+y^2-2x+6y-15=0$．圆心是坐标 $(1,-3)$，半径为 $r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}=5$．

【例 3】若方程 $x^2+y^2-2(m+3)x+2(1-4m^2)y+16m^4+9=0$．当且仅当 m 在什么范围内，该方程表示一个圆．

【答案】由 $x^2+y^2-2(m+3)x+2(1-4m^2)y+16m^4+9=0$，

$D^2+E^2-4F=[-2(m+3)]^2+[2(1-4m^2)]^2-4(16m^4+9)=1+6m-7m^2$

∴当且仅当 $1+6m-7m^2>0$ 时，即 $\left\{m|-\frac{1}{7}<m<1\right\}$ 时，给定的方程表示一个圆．

【例 4】一个圆经过点 $A(5,0)$ 与 $B(-2,1)$，圆心在直线 $x-3y-10=0$ 上，求此圆的方程．

【答案】设圆心 $P(a,b)$，则 $\begin{cases}a-3b-10=0\\ \sqrt{(a-5)^2+b^2}=\sqrt{(a+2)^2+(b-1)^2}\end{cases}$，　解得 $\begin{cases}a=1\\ b=-3\end{cases}$．

圆的半径 $r=\sqrt{(a-5)^2+b^2}=\sqrt{(1-5)^2+(-3)^2}=5$．∴ 圆的标准方程为 $(x-1)^2+(y+3)^2=25$．

【另解】线段 AB 的中点 $P'(\frac{5-2}{2},\frac{0+1}{2})$，即 $P'(\frac{3}{2},\frac{1}{2})$．直线 AB 的斜率 $k=\frac{1-0}{-2-5}=-\frac{1}{7}$．

所以弦 AB 的垂直平分线的方程为 $y-\frac{1}{2}=7(x-\frac{3}{2})$，即 $7x-y-10=0$．解方程组 $\begin{cases}x-3y-10=0\\ 7-y-10=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=1\\ y=-3\end{cases}$，

即圆心 $P(1,-3)$．圆的半径 $r=\sqrt{(a-5)^2+b^2}=\sqrt{(1-5)^2+(-3)^2}=5$．∴ 圆的标准方程为 $(x-1)^2+(y+3)^2=25$．

【例 5】求与 x 轴相切，圆心在直线 $3x-y=0$ 上，且被直线 $y=x$ 截得的弦长等于 $2\sqrt{7}$ 的圆的方程．

【答案】因圆心在直线 $3x-y=0$ 上，故可设圆心 $O'(a,3a)$．

又 ∵ 圆与 x 轴相切，∴ $r=|3a|$，　从而设圆方程为 $(x-a)^2+(y-3a)^2=(3a)^2$．

由弦心距 $d=\frac{|a-3a|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}|a|$，∴ $(\sqrt{2}a)^2+(\sqrt{7})^2=(3a)^2$，解得 $a=\pm1$．当 $a=-1$ 时，$3a=-3$，$r=3$，圆方程为 $(x+1)^2+(y+3)^2=9$．　当 $a=1$ 时，$3a=3$，$r=3$，圆方程为 $(x-1)^2+(y-3)^2=9$．

【例 6】求经过 $A(4,2)$，$B(-1,3)$ 两点，且在两坐标轴上的四个截距之和为 4 的圆的方程．

【答案】设所求圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$．

当 $x=0$ 时，$y^2+Ey+F=0$，则 $y_1+y_2=-E$；　当 $y=0$ 时，$x^2+Dx+F=0$，则 $x_1+x_2=-D$．

则 $\begin{cases}16+4+4D+2E+F=0\\ 1+9-D+3E+F=0\\ (-D)+(-E)=4\end{cases}$，　解得 $\begin{cases}D=-3\\ E=-5\\ F=2\end{cases}$．∴ 圆的方程为 $x^2+y^2-3x-5y+2=0$．

【例 7】求过原点，在 x 轴，y 轴上截距分别为 a，b 的圆的方程($ab\neq0$)．

【答案】∵圆过原点，∴设圆方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey=0$．∵圆过 $(a,0)$ 和 $(0,b)$，∴$a^2+Da=0$，$b^2+bE=0$．又∵$a\neq0$，$b\neq0$，∴$D=-a$，$E=-b$．故所求圆方程为 $x^2+y^2-ax-by=0$．

第二讲　直线与圆、圆与圆的位置关系

1．研究圆与直线的位置关系最常用的方法：①判别式法；②考查圆心到直线的距离与半径的大小关系．

直线 $Ax+By+C=0$ 与圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的位置关系有三种，

若 $d=\frac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$，则

$d>r\Leftrightarrow$ 相离 $\Leftrightarrow\Delta<0$；

$d=r\Leftrightarrow$ 相切 $\Leftrightarrow\Delta=0$；

$d<r\Leftrightarrow$ 相交 $\Leftrightarrow\Delta>0$。

2．直线和圆相交：这类问题主要是求弦长以及弦的中点问题．

【例 8】若直线 $(1+a)x+y+1=0$ 与圆 $x^2+y^2+2x=0$ 相切，则 a 的值为________．

【答案】将圆 $x^2+y^2+2x=0$ 的方程化为标准式：$(x-1)^2+y^2=1$，其圆心为 $(1,0)$，半径为 1，由直线 $(1+a)x+y+1=0$ 与该圆相切，则圆心到直线的距离 $d=\frac{|1+a+1|}{\sqrt{(1+a)^2+1}}=1$，∴ $a=-1$．

【例 9】直线 $l:y=k\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$ 与圆 $C:x^2+y^2=1$ 的位置关系为（　　）

A．相交或相切　　B．相交或相离　　C．相切　　D．相交

【答案】圆心为 $(0,0)$，$r=1$，圆心到直线的距离为 $d=\dfrac{\left|\frac{1}{2}k\right|}{\sqrt{1+k^2}}\le\dfrac{\left|\frac{1}{2}k\right|}{|k|}=\dfrac{1}{2}<1$，所以直线与圆相交．故选 D.

【例 10】求直线 $l:2x-y-2=0$ 被圆 $C:(x-3)^2+y^2=9$ 所截得的弦长．

【答案】圆心 C 的坐标是 $(3,0)$，半径长 $r=3$． 圆心到直线 $2x-y-2=0$ $d=\dfrac{|2\times3-0-2|}{\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ 的距离．

所以，直线 $2x-y-2=0$ 被圆 $(x-3)^2+y^2=9$ 截得的弦长是 $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{3^2-(\frac{4\sqrt{5}}{5})^2}=\dfrac{2\sqrt{145}}{5}$．

【例 11】若经过点 $P(-1,0)$ 的直线与圆 $x^2+y^2+4x-2y+3=0$ 相切，则此直线在 y 轴上的截距是________．

【答案】圆的标准方程为 $(x+2)^2+(y-1)^2=2$，则圆心 $C(-2,1)$，$r=\sqrt{2}$ 半径．设过点 $P(-1,0)$ 的直线方程为 $y=k(x+1)$，即 $kx-y+k=0$． ∴ 圆心到切线的距离 $d=\dfrac{|-2k-1+k|}{\sqrt{k^2+1}}=r=\sqrt{2}$，解得 $k=1$．

∴ 直线方程为 $y=x+1$，在 y 轴上的截距是 1．

【例 12】求圆心在原点，且圆周被直线 $3x+4y+15=0$ 分成 1∶2 两部分的圆的方程．

【答案】设直线与圆交于 A，B 两点，则 $\angle AOB=120^\circ$，设所求圆方程为：$x^2+y^2=r^2$，

则圆心到直线距离为 $\dfrac{r}{2}=\dfrac{|15|}{5}$，所以 $r=6$，所求圆方程为 $x^2+y^2=36$．

【例 13】设圆上的点 $A(2,3)$ 关于直线 $x+2y=0$ 的对称点仍在这个圆上，且与直线 $x-y+1=0$ 相交的弦长为 $2\sqrt{2}$，求圆的方程．

【答案】设 A 关于直线 $x+2y=0$ 的对称点为 A'． 由已知得 AA' 为圆的弦，得到 AA' 的对称轴 $x+2y=0$ 过圆心．

设圆心 $P(-2a,a)$，半径为 r， 则 $r=|PA|=(-2a-2)^2+(a-3)^2$．又弦长 $2\sqrt{2}=2\sqrt{R^2-d^2}$，圆心到弦 AA' 的距离为 $d=\dfrac{|-2a-a+1|}{\sqrt{2}}=\dfrac{|3a-1|}{\sqrt{2}}$， ∴ $R^2=2+\dfrac{(3a-1)^2}{2}$， 即 $4(a-1)^2+(a-3)^2=2+\dfrac{(3a-1)^2}{2}$， $a=-7$ 或 $a=-3$ ．当 $a=-3$ 时，$r=\sqrt{52}$；当 $a=-7$ 时，$r=\sqrt{244}$． ∴ 所求圆方程为 $(x-6)^2+(y-3)^2=52$ 或 $(x-14)^2+(y+7)^2=244$．

【例 14】设集合 $A=\{(x,y)\,|\,\dfrac{m}{2}\le(x-2)^2+y^2\le m^2,x,y\in R\}$，$B=\{(x,y)\,|\,2m\le x+y\le 2m+1,x,y\in R\}$，若 $A\cap B\ne\phi$ 则实数 m 的取值范围是____________．

【答案】集合 B 是在两条平行线及他们的之间的部分．当 $\dfrac{m}{2}>m^2$ 即 $0<m<\dfrac{1}{2}$ 时， $A=\phi$， $A\cap B=\phi$，不合题意；当 $m\le0$ 时，集合 A 表示 $(2,0)$ 为圆心，以 $|m|=-m$ 为半径的圆，由 $A\cap B\ne\phi$ 知，只需圆与直线 $x+y=2m+1$ 有公共点，所以因为 $\dfrac{|2-2m-1|}{\sqrt{2}}=\dfrac{1-2m}{\sqrt{2}}<-m$，解得 $m>\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}>0$，矛盾；

当 $m=\frac{1}{2}$ 时，集合 A 是以 $(2,0)$ 为圆心，$\frac{1}{2}$ 为半径的圆，直线 $x+y=2m+1$ 过圆心，符合题意．

当 $m>\frac{1}{2}$ 时，若 $m<1$，则 $2m<2<2m+1$，$(2,0)\in B$，符合题意；若 $m>1$，即 $2m>2$，则只需 $\frac{|2-2m|}{\sqrt{2}}\le m$，解得 $1\le m\le\sqrt{2}+1$．综上可知，$\frac{1}{2}\le m\le\sqrt{2}+1$．

两圆位置关系的判定方法

设两圆圆心分别为 O_1，O_2，半径分别为 r_1，r_2，$|O_1O_2|=d$

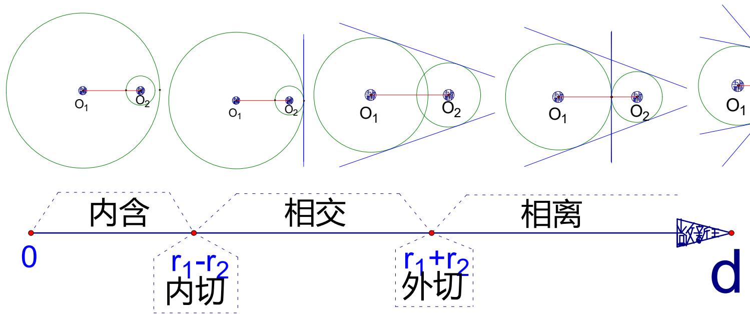
①$d>r_1+r_2\Leftrightarrow$外离$\Leftrightarrow$4 条公切线

②$d=r_1+r_2\Leftrightarrow$外切$\Leftrightarrow$3 条公切线

③$|r_1-r_2|<d<r_1+r_2\Leftrightarrow$相交$\Leftrightarrow$2 条公切线

④$d=|r_1-r_2|\Leftrightarrow$内切$\Leftrightarrow$1 条公切线

⑤$0<d<|r_1-r_2|\Leftrightarrow$内含$\Leftrightarrow$无公切线



【例 15】两个圆 C_1：$x^2+y^2+2x+2y-2=0$ 与 C_2：$x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 的位置关系为(　　)．

A．内切　　B．相交　　C．外切　　D．相离

【答案】由两个圆的方程 C_1：$(x+1)^2+(y+1)^2=4$，C_2：$(x-2)^2+(y-1)^2=4$ 可求得圆心距 $d=\sqrt{13}\in(0,4)$，$r_1=r_2=2$，且 $r_1-r_2<d<r_1+r_2$ 故两圆相交，故选 B．

【例 16】已知圆 C_1：$x^2+y^2-6x-6=0$①，圆 C_2：$x^2+y^2-4y-6=0$②

（1）试判断两圆的位置关系；（2）求公共弦所在的直线方程．

【答案】(1) ∵圆 C_1 的圆心为（3,0），半径为 $r_1=\sqrt{15}$，圆 C_2 的圆心为（0，2），半径为 $r_2=\sqrt{10}$，

又 $|C_1C_2|=\sqrt{13}$，∴ $|r_1-r_2|<|C_1C_2|<r_1+r_2$，　∴圆 C_1 与 C_2 相交．

（2）由①−②，得公共弦所在的直线方程为 $3x-2y=0$．

【例 17】求圆 $x^2+y^2-4=0$ 与圆 $x^2+y^2-4x+4y-12=0$ 的公共弦的长．

【答案】由题意，列出方程组 $\begin{cases}x^2+y^2-4=0\\x^2+y^2-4x+4y-12=0\end{cases}$，消去二次项，得 $y=x+2$，即公共弦所在直线的方程．圆 $x^2+y^2-4=0$ 的圆心到直线 $x-y+2=0$ 的距离为 $d=\frac{|0-0+2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$．

所以，两圆的公共线长为 $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$．

【例 18】已知圆 C 与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 关于直线 $y=-x$ 对称，则圆 C 的方程为

A．$(x+1)^2+y^2=1$　　B．$x^2+y^2=1$　　C．$x^2+(y+1)^2=1$　　D．$x^2+(y-1)^2=1$

【答案】已知圆的半径 $r=1$，圆心 $(1,0)$，圆心 $(1,0)$ 关于直线 $y=-x$ 的对称点为 $(0,-1)$，则圆 C 的方程为 $x^2+(y+1)^2=1$．　故选 C．

【例 19】求与圆 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 同心，且与直线 $2x-y+1=0$ 相切的圆的方程．

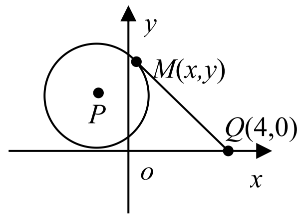
【答案】将方程 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 配方，得 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$，所以所求圆的圆心为 $(1,-2)$．

又∵所求圆与直线 $2x-y+1=0$ 相切，∴圆的半径 $r=\dfrac{|2\times1+2+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$，∴所求圆的方程 $(x-1)^2+(y+2)^2=5$．

【例 20】实数 x,y 满足 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$，　求下列各式的最大值和最小值：（1）$\dfrac{y}{x-4}$；（2）$2x-y$．

【答案】原方程为 $(x+1)^2+(y-2)^2=4$，表示以 $P(-1,2)$ 为圆心，2 为半径的圆．

（1）设 $k=\dfrac{y}{x-4}$，几何意义是：圆上点 $M(x,y)$ 与点 $Q(4,0)$ 连线的斜率．



由图可知当直线 MQ 是圆的切线时，k 取最大值与最小值。

设切线 $y-0=k(x-4)$，即 $kx-y-4k=0$．圆心 P 到切线的距离 $\dfrac{|-k-2-4k|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，

化简为 $21k^2+20k=0$，解得 $k=0$ 或 $k=-\dfrac{20}{21}$．∴ $\dfrac{y}{x-4}$ 的最大值为 0，最小值为 $-\dfrac{20}{21}$．

（2）设 $2x-y=m$，则其几何意义是：直线 $2x-y-m=0$ 与圆有公共点．　∴ 圆心 P 到直线的距离 $\dfrac{|-2-2-m|}{\sqrt{2^2+1}}\le2$，解得 $-4-2\sqrt{5}\le m\le-4+2\sqrt{5}$．∴ $2x-y$ 的最大值为 $-4+2\sqrt{5}$，最小值为 $-4-2\sqrt{5}$．

【例 21】已知实数 x,y 满足 $x^2+y^2+4x+3=0$，求 $\dfrac{y-2}{x-1}$ 的值域．

【答案】方程 $x^2+y^2+4x+3=0$ 化为 $(x+2)^2+y^2=1$，其几何意义为：以 $C(2,0)$ 为圆心，1 为半径的圆．

设 $\dfrac{y-2}{x-1}=k$，其几何意义为：圆 C 上的点 $P(x,y)$ 与点 $Q(1,2)$ 连线的斜率．将 $\dfrac{y-2}{x-1}=k$，变形为 $PQ:kx-y-k+2=0$，则圆心到直线 PQ 的距离 $d=\dfrac{|-2k-k+2|}{\sqrt{k^2+1}}\le1$，解得 $\dfrac{3-\sqrt{3}}{4}\le k\le\dfrac{3+\sqrt{3}}{4}$．∴ $\dfrac{y-2}{x-1}$ 的值域为 $[\dfrac{3-\sqrt{3}}{4},\dfrac{3+\sqrt{3}}{4}]$．

达标训练

一、选择题

1. 若圆 C 的圆心坐标为 $(-2,3)$，且圆 C 经过点 $M(5,-7)$，则圆 C 的半径为（ ）

A. $\sqrt{5}$　　B. 5　　C. 25　　D. $\sqrt{10}$

2. 过点 $A(1,-1)$，$B(-1,1)$ 且圆心在直线 $x+y-2=0$ 上的圆的方程是（ ）

A. $(x-3)^2+(y+1)^2=4$　　B. $(x+3)^2+(y-1)^2=4$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$　　D. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

3. 以点 $(-3,4)$ 为圆心，且与 x 轴相切的圆的方程是（ ）

A. $(x-3)^2+(y+4)^2=16$　　B. $(x+3)^2+(y-4)^2=16$

C. $(x-3)^2+(y+4)^2=9$　　D. $(x+3)^2+(y-4)^2=19$

4. 若直线 $x+y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2=m$ 相切，则 m 为（ ）

A. 0 或 2　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. 无解

5. 圆 $(x-1)^2+(y+2)^2=20$ 在 x 轴上截得的弦长是（ ）

A. 8　　B. 6　　C. $6\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{3}$

6. 两个圆 $C_1: x^2+y^2+2x+2y-2=0$ 与 $C_2: x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 的位置关系为( ).

A. 内切　　B. 相交　　C. 外切　　D. 相离

7. 圆 $x^2+y^2-2x-5=0$ 与圆 $x^2+y^2+2x-4y-4=0$ 的交点为 A，B，则线段 AB 的垂直平分线的方程是（ ）

A. $x+y-1=0$　　B. $2x-y+1=0$　　C. $x-2y+1=0$　　D. $x-y+1=0$

8. 圆 $x^2+y^2-2x=0$ 和圆 $x^2+y^2+4y=0$ 的公切线有且仅有（ ）

A. 4 条　　B. 3 条　　C. 2 条　　D. 1 条

9. 在空间直角坐标系中，已知点 $M(a,b,c)$，有下列叙述：

①点 M 关于 x 轴对称点的坐标是 $M_1(a,-b,c)$；②点 M 关于 yoz 平面对称的点的坐标是 $M_2(a,-b,-c)$；

③点 M 关于 y 轴对称的点的坐标是 $M_3(a,-b,c)$；④点 M 关于原点对称的点的坐标是 $M_4(-a,-b,-c)$.

其中正确的叙述的个数是（ ）

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

10. 空间直角坐标系中，点 $A(-3,4,0)$ 与点 $B(2,-1,6)$ 的距离是（ ）

A. $2\sqrt{43}$　　B. $2\sqrt{21}$　　C. 9　　D. $\sqrt{86}$

11. 圆 $(x-1)^2+(y+\sqrt{3})^2=1$ 的切线方程中有一个是（ ）

A. $x-y=0$　　B. $x+y=0$　　C. $x=0$　　D. $y=0$

12. 若 $P(2,-1)$ 为圆 $(x-1)^2+y^2=25$ 的弦 AB 的中点，则直线 AB 的方程是（ ）

A. $x-y-3=0$　　B. $2x+y-3=0$　　C. $x+y-1=0$　　D. $2x-y-5=0$

13. 设直线过点 $(0,a)$，其斜率为 1，且与圆 $x^2+y^2=2$ 相切，则 a 的值为（ ）

A. $\pm\sqrt{2}$　　B. ±2　　C. $\pm2\sqrt{2}$　　D. ±4

14. 以点 $(2,-1)$ 为圆心且与直线 $3x-4y+5=0$ 相切的圆的方程为（ ）

A．$(x-2)^2+(y+1)^2=3$　　　　B．$(x+2)^2+(y-1)^2=3$

C．$(x-2)^2+(y+1)^2=9$　　　　D．$(x+2)^2+(y-1)^2=3$

15．圆 $x^2+y^2-4x-4y-10=0$ 上的点到直线 $x+y-14=0$ 的最大距离与最小距离的差是（　　）

A．36　　　　B．18　　　　C．$6\sqrt{2}$　　　　D．$5\sqrt{2}$

二、填空题

16．圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 上的动点 Q 到直线 $3x+4y+8=0$ 距离的最小值为__________.

17．圆心在直线 $y=x$ 上且与 x 轴相切于点 $(1,0)$ 的圆的方程为__________.

18．以点 $C(-2,3)$ 为圆心且与 y 轴相切的圆的方程是__________.

19．圆 $x^2+y^2=1$ 和圆 $(x+4)^2+(y-a)^2=25$ 相切，试确定常数 a 的值__________.

20．圆心为 $C(3,-5)$，并且与直线 $x-7y+2=0$ 相切的圆的方程为__________.

21．设圆 $x^2+y^2-4x-5=0$ 的弦 AB 的中点为 $P(3,1)$，则直线 AB 的方程是__________.

22．圆心为 $(1,1)$，且与直线 $x+y=4$ 相切的圆的方程__________.

23．过点 $(1,\sqrt{2})$ 的直线 l 将圆 $(x-2)^2+y^2=4$ 分成两段弧，当劣弧所对的圆心角最小时，直线 l 的斜率 k 的值为 __________.

三、解答题

24．求圆心在原点，且圆周被直线 $3x+4y+15=0$ 分成 1∶2 两部分的圆的方程.

25．求过原点，且在 x 轴，y 轴上截距分别为 a，b 的圆的方程 $(ab\neq0)$．

26．求经过 $A(4,2)$，$B(-1,3)$ 两点，且在两坐标轴上的四个截距之和是 2 的圆的方程.

27．求经过点 $(8,3)$，并且和直线 $x=6$ 与 $x=10$ 都相切的圆的方程．

28．一圆的圆心在直线 $x-y-1=0$ 上，与直线 $4x+3y+14=0$ 相切，在 $3x+4y+10=0$ 上截得弦长为 6，求圆的方程．

29．已知圆 $x^2+y^2+x-6y+m=0$ 和直线 $x+2y-3=0$ 交于 P、Q 两点且 $OP\perp OQ$（O 为坐标原点），求该圆的圆心坐标及半径．