专题 2　指数切线放缩

秒杀秘籍：第一讲　由 $e^x \geq x+1$ 引出的放缩

①$e^{x-1} \geq x$．（用 $x-1$ 替换 x，切点横坐标是 $x=1$），通常表达为 $e^x \geq ex$．

②$e^{x+a} \geq x+a+1$．（用 $x+a$ 替换 x，切点横坐标是 $x=-a$），平移模型，找到切点是关键．

③$xe^x \geq x+\ln x+1$．（用 $x+\ln x$ 替换 x，切点横坐标满足 $x+\ln x=0$），常见的指对跨阶改头换面模型，切线的方程是按照指数函数给予的．

④$e^x \geq \frac{e^2}{4}x^2 > x^2(x>0)$（用 $\frac{x}{2}$ 替换 x，切点横坐标是 $x=2$）；通常有 $e^{\frac{x}{n}} \geq e\cdot\frac{x}{n}(x>0)$ 的构造模型．

在一些解答题的书写过程中，通常要用上“指数找基友”模型，具体一些书写过程大家可以参照秒 1 的“对数单身狗，指数找基友”专题，这里不详述．

【例 1】（2019•济宁二模）已知 a，b 为正实数，直线 $y=x-a+2$ 与曲线 $y=e^{x+b}-1$ 相切，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．4　　　　D．8

【解析】根据 $e^x \geq x+1$，则 $e^{x+b}-1 \geq x+b=x-a+2$，故 $a+b=2$，故 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2}(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}) \geqslant \frac{1}{2}(\sqrt{1}+\sqrt{1})^2=2$，当且仅当 $a=b=1$ 时等号成立，此时取得最小值 2．故选 B．

【例 2】（2019•江西模拟）已知函数 $f(x)=xe^{ax-1}-lnx-ax$，$a\in(-\infty,-\frac{1}{e^2}]$，函数 $f(x)$ 的最小值 M，则实数 M 的最小值是（　　）

A．-1　　　　B．$-\frac{1}{e}$　　　　C．0　　　　D．$-\frac{1}{e^3}$

【解析】$f(x)=xe^{ax-1}-lnx-ax=e^{ax+\ln x-1}-\ln x-ax \geq ax+\ln x-1+1-\ln x-ax=0$，切点满足条件 $ax+\ln x=1$，

即 $a=\frac{1-\ln x}{x}$，$g(x)=\frac{1-\ln x}{x}=\frac{1}{e}\cdot\frac{e}{x}\ln\frac{e}{x}\in\left[-\frac{1}{e^2},+\infty\right)$，显然 $a=g(x)$ 时可以获得相切取等条件，此题小用了同构式模型求最值，减低计算成本，$\therefore M$ 的最小值为 0．故选 C．

【例 3】（2019•山东模拟）设函数 $f(x)=e^{2x}-a(x+1)$．

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)>0$ 对 $x\in R$ 恒成立，求 a 的取值范围．

【解析】（1）由函数的解析式可得：$f'(x)=2e^{2x}-a$，当 $a \leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 R 上单调递增，

当 $a>0$ 时，由 $f'(x)=0$ 可得 $x=\frac{1}{2}ln\frac{a}{2}$，则 $x\in(-\infty,\frac{1}{2}ln(\frac{a}{2}))$，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

$x\in(\frac{1}{2}ln(\frac{a}{2}),+\infty)$，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增．

（2）法一：由题意可得：$e^{2x}-a(x+1)>0$，$e^{2x}>a(x+1)$恒成立，很明显$a<0$不合题意，当$a\geqslant 0$时，原问题等价于指数函数$y=(e^2)^x$的图象恒在$y=a(x+1)$的上方，直线$y=a(x+1)$恒过定点$(-1,0)$，考查函数$y=(e^2)^x$过$(-1,0)$的切线方程：易知切点坐标为(x_0,e^{2x_0})，切线斜率为$k=2e^{2x_0}$，故切线方程为：$y-e^{2x_0}=2e^{2x_0}(x-x_0)$，切线过$(-1,0)$，故$0-e^{2x_0}=2e^{2x_0}(-1-x_0)$，解得：$x_0=-\frac{1}{2},k=2e^{2x_0}=2\cdot e^{-1}=\frac{2}{e}$，综上可得，实数$a$的取值范围是$[0,\frac{2}{e})$.

法二：构造函数$g(x)=e^x-x-1$，显然$g(x)\geq 0$恒成立，当仅当$x=0$时等号成立，要使$e^{2x}>a(x+1)$恒成立，很明显$a<0$不合题意，令$t=2x$，即$e^t>\frac{a}{2}(t+2)\Rightarrow\frac{1}{e}e^{t+1}>\frac{a}{2}(t+2)$，当仅当$t=-1$取得相切等号，故$0\leq a<\frac{2}{e}$.

秒杀秘籍：第二讲　二次函数处在特殊位置相切的放缩表达式

⑤$x=0$处的相切构造：$e^x\geq x^2+1$；$e^x\geq\frac{1}{2}x^2+x+1$.

⑥$x=1$处的相切构造：$e^x\geq ex+(x-1)^2(x\geq 0)$.

【例4】（2019•长春四模）已知函数$f(x)=e^x-x$.

（1）求函数$f(x)$的极值；

（2）若对任意$x>0$，$f(x)>\frac{1}{2}ax^2+1$有解，求a的取值范围.

【解析】（1）令$f'(x)=e^x-1=0$，$x=0$

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↓	极小值	↑

$\therefore f(x)_{极小值}=f(0)=1$，无极大值；

（2）对任意$x>0$，$f(x)>\frac{1}{2}ax^2+1$即$e^x-x-\frac{1}{2}ax^2-1>0$，设$g(x)=e^x-x-\frac{1}{2}ax^2-1$，$g'(x)=e^x-1-ax$，

①当$a\leqslant 0$时，$g'(x)$单调递增，$g'(0)=0$，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，$g(x)>g(0)=0$，成立；

②当$0<a\leqslant 1$时，令$h(x)=g'(x)$，$h'(x)=e^x-a>0$，$g'(x)$单调递增，$g'(0)=0$，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，$g(x)>g(0)=0$，成立；

③当$a>1$时，当$0<x<lna$时，$h'(x)=e^x-a<0$，$g'(x)$单调递减，$g'(0)=0$，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，

$g(x)<g(0)=0$，不成立．综上，$a\leqslant 1$．

【例 5】（2019•洛阳一模）已知函数 $f(x)=e^x-ax^2-1(x\in R)$．

（1）若曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率为 e，求 a 的值；

（2）若 $0\leqslant a\leqslant\frac{e}{2}$，求证：当 $x>0$ 时，$f(x)$ 的图象恒在 x 轴上方．

【解析】（1）函数 $f(x)=e^x-ax^2-1(x\in R)$．可得 $f'(x)=e^x-2ax$，曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率为 e，

$\therefore f'(1)=e-2a=e$，$\therefore a=0$．

（2）法一：$f'(x)=e^x-2ax$，令 $h(x)=f'(x)$，$h'(x)=e^x-2a$，（i）当 $0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$h'(x)>0$，$f'(x)$ 单调递增，$f'(x)>f'(0)=1$，$f(x)$ 单调递增，$f(x)>f(0)=0$，满足题意．（ii）当 $\frac{1}{2}<a\leqslant\frac{e}{2}$ 时，$h'(x)=e^x-2a=0$，解得 $x=ln2a$．当 $x\in(0,ln2a)$，$h'(x)<0$，$f'(x)$ 单调递减；当 $x\in(ln2a,+\infty)$，$h'(x)>0$，$f'(x)$ 单调递增，此时 $f'(x)_{min}=f'(ln2a)=e^{ln2a}-2aln2a=2a(1-ln2a)$，$\because a\leqslant\frac{e}{2}$，$1-ln2a\geqslant 0$，即 $f'(x)_{min}>0$，$\therefore f(x)$ 单调递增，$f(x)>f(0)=0$，满足题意．

综上可得：当 $0\leqslant a\leqslant\frac{e}{2}$ 且 $x>0$ 时，$f(x)$ 的图象恒在 x 轴上方．

法二：构造函数 $g(x)=\frac{x^2+1}{e^x}$，$g'(x)=\frac{-(x-1)^2}{e^x}\leq 0$，显然 $g(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 单调递减，故 $g(x)_{\max}=g(0)=1$，即 $e^x>x^2+1>\frac{e}{2}x^2+1$，命题得证．

【例 6】（2019•南雄模拟第二问）证明：$e^x>x^2-(2-e)\ln(x+1)+1$．

【解析】构造 $h(x)=\frac{ex+(x-1)^2}{e^x}(x>0)$，则 $h'(x)=\frac{-(x-1)(x+e-3)}{e^x}$，当 $x\in(0,1)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)\uparrow$；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)\downarrow$，得 $h(x)_{\max}=h(1)=1$，所以 $e^x\geq ex+(x-1)^2$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，要证 $e^x>x^2-(2-e)\ln(x+1)+1$，等价于证，$ex+x^2-2x+1\geq x^2-(2-e)\ln(x+1)+1$　（当且仅当 $x=0$ 时等号成立）即 $ex-2x\geq(e-2)\ln(x+1)\Rightarrow x(e-2)\geq(e-2)\ln(x+1)\Rightarrow x\geq\ln(x+1)$（当且仅当 $x=0$ 时等号成立）．

【例 7】（2019•越秀期末）若 $e^x\geq ex+m\ln^2 x$ 对任意的 $x>0$ 恒成立，求 m 的取值范围．

【解析】$e^x\geq ex+m\ln^2 x\Leftrightarrow e^x-ex\geq m\ln^2 x$ 由 $\ln x\leq x-1$ 得 $\ln^2 x\leq(x-1)^2$（当且仅当 $x=1$ 时等号成立），又 $e^x\geq ex+(x-1)^2$（当且仅当 $x=1$ 时等号成立），得 $(x-1)^2\geq m(x-1)^2$，即 $m\leq 1$．

【例 8】（2019•郑州二模）已知函数 $f(x)=e^x-x^2$.

（1）求曲线 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;

（2）求证：当 $x>0$ 时，$\frac{e^x+(2-e)x-1}{x}\ge \ln x+1$.

【解析】（1）$f(x)=e^x-x^2$，$f'(x)=e^x-2x$，$f'(1)=e-2$，$f(1)=e-1$，所以曲线 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=(e-2)(x-1)+e-1$，即 $y=(e-2)x+1$;

（2）法一常规法：令 $g(x)=f'(x)$，则 $g'(x)=e^x-2$，当 $x<\ln 2$ 时，$g'(x)<0$，当 $x>\ln 2$ 时，$g'(x)>0$，所以函数 $g(x)=f'(x)$ 在 $(-\infty,\ln 2)$ 上单点递减，在 $(\ln 2,+\infty)$ 上单点递增，

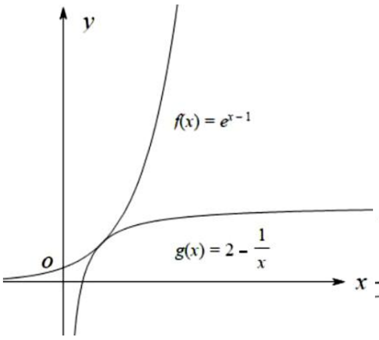
$g(x)_{\min}=g(\ln 2)=f'(\ln 2)=2-2\ln 2>0$，所以函数 $f(x)=e^x-x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，又曲线 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=(e-2)(x-1)+e-1$，$f(1)=e-1$，可猜测函数 $f(x)$ 的图像恒在切线 $y=(e-2)x+1$ 的上方．先证明当 $x>0$ 时，$f(x)\ge(e-2)x+1$，设 $h(x)=f(x)-(e-2)x-1(x>0)$，$h'(x)=e^x-2x-(e-2)$，$h''(x)=e^x-2$，当 $x<\ln 2$ 时，$h''(x)<0$，当 $x>\ln 2$ 时，$h'(x)>0$，所以函数 $h'(x)$ 在 $(-\infty,\ln 2)$ 上单点递减，在 $(\ln 2,+\infty)$ 上单点递增，由 $h'(0)=3-e>0$，$h'(1)=0$，$0<\ln 2<1$，所以 $h'(\ln 2)<0$，所以存在 $x_0\in(0,\ln 2)$，使得 $h'(x_0)=0$，所以当 $x\in(0,x_0)\cup(1,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，当 $x\in(x_0,1)$ 时，$h'(x)<0$，所以 $h(x)$ 在 $x\in(0,x_0)\cup(1,+\infty)$ 单调递增，在 $x\in(x_0,1)$ 单调递减． 因为 $h(0)=h(1)=0$，所以 $h(x)\ge 0$，即 $f(x)\ge(e-2)x+1$，当且仅当 $x=1$ 时取等号，所以当 $x>0$ 时，$e^x-x^2\ge(e-2)x+1$，变形可得 $\frac{e^x+(2-e)x-1}{x}\ge x$，又 $x\ge \ln x+1$，当且仅当 $x=1$ 时取等号，所以 $\frac{e^x+(2-e)x-1}{x}\ge \ln x+1$，当且仅当 $x=1$ 时取等号，得证.

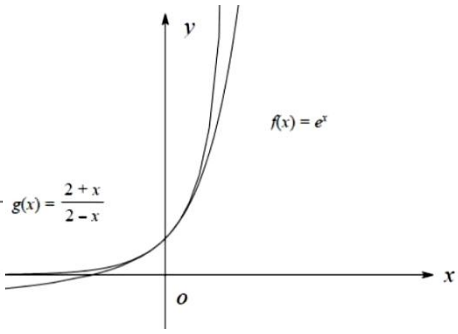
法二秘籍法：构造 $h(x)=\frac{ex+(x-1)^2}{e^x}(x>0)$，则 $h'(x)=\frac{-(x-1)(x+e-3)}{e^x}$，当 $x\in(0,1)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)\uparrow$，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)\downarrow$，得 $h(x)_{\max}=h(1)=1$，所以 $e^x\ge ex+(x-1)^2$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立（当且仅当 $x=1$ 时取"="），要证 $\frac{e^x+(2-e)x-1}{x}\ge \ln x+1$ 等价于证 $e^x+(2-e)x-1\ge x\ln x+x$，即证 $ex+(x-1)^2+(2-e)x-1\ge x\ln x+x$，即 $x^2\ge x\ln x+x\Rightarrow \ln x\le x-1$（当且仅当 $x=1$ 时取"="）得证.

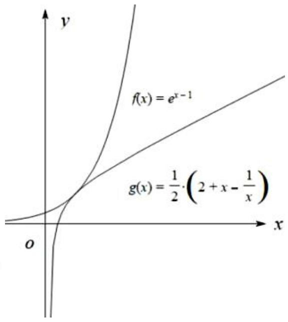
秒杀秘籍：第三讲　反比例函数在特殊位置相切的放缩表达式

⑦ $x=1$ 处的相切构造 $e^{x-1}\ge 2-\frac{1}{x}$，或者 $xe^{x-1}\ge 2x-1$ 切点为 $(1,1)$，利用 $e^{x-1}-x+x+\frac{1}{x}-2\ge 0$ 证明；$e^{x-1}\ge\frac{1}{2}(2+x-\frac{1}{x})$，或者 $xe^{x-1}\ge\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{2}$ 证明过程用求切线方程或者参照“指数找基友”即可.

⑧ $x=0$ 处的相切构造 $e^x\le\frac{2+x}{2-x}(0<x<2)$ 证明过程按照“指数找基友”即可.







【例 9】（2019•肇庆三模）已知函数 $f(x)=xe^x-mx+\frac{m}{2}$（e 为自然对数的底数）在 $(0,+\infty)$ 上有两个零点，则 m 的范围是（　　）

A．$(0,e)$　　　　B．$(0,2e)$　　　　C．$(e,+\infty)$　　　　D．$(2e,+\infty)$

【解析】法一：由 $f(x)=xe^x-mx+\frac{m}{2}=0$ 得 $xe^x=mx-\frac{m}{2}=m(x-\frac{1}{2})$，当 $x=\frac{1}{2}$ 时，方程不成立，即 $x\ne\frac{1}{2}$，则 $m=\frac{xe^x}{x-\frac{1}{2}}$，设 $h(x)=\frac{xe^x}{x-\frac{1}{2}}$，$(x>0$ 且 $x\ne\frac{1}{2})$，则 $h'(x)=\frac{(xe^x)'(x-\frac{1}{2})-xe^x}{(x-\frac{1}{2})^2}=\frac{\frac{1}{2}e^x(x-1)(2x+1)}{(x-\frac{1}{2})^2}$，$\because x>0$ 且 $x\ne\frac{1}{2}$，$\therefore$ 由 $h'(x)=0$ 得 $x=1$，当 $x>1$ 时，$h'(x)>0$，函数为增函数，当 $0<x<1$ 且 $x\ne\frac{1}{2}$ 时，$h'(x)<0$，函数为减函数，则当 $x=1$ 时函数取得极小值，极小值为 h（1）$=2e$，当 $0<x<\frac{1}{2}$ 时，$h(x)<0$，且单调递减，作出函数 $h(x)$ 的图象如图：要使 $m=\frac{xe^x}{x-\frac{1}{2}}$ 有两个不同的根，则 $m>2e$ 即可，即实数 m 的取值范围是 $(2e,+\infty)$，故选 D.

法二：由 $f(x)=xe^x-mx+\frac{m}{2}=0$ 得 $xe^x=mx-\frac{m}{2}=m(x-\frac{1}{2})\Rightarrow e^{x-1}=\frac{m}{2e}(2-\frac{1}{x})$，要使 $e^{x-1}=\frac{m}{2e}(2-\frac{1}{x})$ 有两个不同的根，则 $m>2e$ 即可，即实数 m 的取值范围是 $(2e,+\infty)$，故选 D.

【例 10】（2019•齐齐哈尔期末）曲线 $f(x)=\frac{xe^x}{e}$，$g(x)=ax-1$，若曲线 $g(x)\le f(x)$，求实数 a 的取值范围____________.

【解析】$g(x)\le f(x)\Leftrightarrow\frac{xe^x}{e}\le ax-1$，即 $xe^{x-1}\ge ax-1$ 根据切线放缩秘籍⑦ $xe^{x-1}\ge 2x-1$ 得 $a\le 2$.

注：证明 $xe^{x-1}\ge 2x-1$，也可这样证 $xe^{x-1}\ge x^2\ge 2x-1$.

达标训练

1．（2019•岳麓模拟）已知 $a\in R$，函数 $f(x)=e^{x-1}-ax$ 的图象与 x 轴切于点 $P(x_0，0)$，则实数 a，x_0 的值分别为（　　）

A．1，1　　B．-1，1　　C．1，-1　　D．-1，-1

2．（2019•广东二模）若函数 $f(x)=x^3-ke^x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，则 k 的取值范围为（　　）

A．$[0,+\infty)$　　B．$[\frac{27}{e^2},+\infty)$　　C．$[\frac{12}{e^2},+\infty)$　　D．$[\frac{3}{e},+\infty)$

3．（2019•成都模拟）已知直线 l 即是曲线 $C_1:y=e^x$ 的切线，又是曲线 $C_2:y=\frac{1}{4}e^2x^2$ 的切线，则直线 l 在 x 轴上的截距为（　　）

A．2　　B．1　　C．e^2　　D．$-e^2$

4．（2019•德阳模拟）函数 $f(x)=2e^x-a(x-1)^2$ 有且只有一个零点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(\frac{e}{4},1)$　　B．$(1,2\sqrt{e})$　　C．$(0,\frac{e^3}{2})$　　D．$(-\infty,\frac{e^3}{2})$

5．（2019•河南三模）若函数 $f(x)=e^x-(m+1)lnx+2(m+1)x-1$ 恰有两个极值点，则 m 的取值范围为（　　）

A．$(-e^2,-e)$　　B．$(-\infty,-\frac{e}{2})$　　C．$(-\infty,-\frac{1}{2})$　　D．$(-\infty,-e-1)$

6．（2018•香坊月考）已知函数 $f(x)=e^x-x^2+a$，$x\in R$ 的图象在点 $x=0$ 处的切线为 $y=bx$．

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $x\in R$ 时，求证：$f(x)\geqslant -x^2+x$．

7．（2018•麒麟月考）已知函数 $f(x)=ae^x-2x^2$．

（1）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线方程；

（2）若函数 $f(x)$ 为 R 上的单调递增函数，试求 a 的取值范围．

8．（2019•亳州期中）已知函数 $f(x)=e^{x}-a(x-1)^{2}$，其中 e 为自然对数的底数．

（1）求证：当 $a=0$ 时，对任意 $x\in[0，+\infty)$ 都有 $f(x)>x^{2}$；

（2）若函数 $f(x)$ 有两个极值点，求实数 a 的取值范围．

9．（2018•靖远期末）已知函数 $f(x)=ax^{2}-e^{x}(a\in R)$．

（1）若曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线与 y 轴垂直，求 $y=f'(x)$ 的最大值；

（2）证明：当 $1<a\leqslant\dfrac{e}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,a)$ 上是单调函数．

10．（2019•香坊月考）已知函数 $f(x)=e^{x}-x^{2}+a$，$x\in R$ 的图象在点 $x=0$ 处的切线为 $y=bx$．

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $x\in R$ 时，求证：$f(x)\geqslant -x^{2}+x$．

11．（2019•四川二模）已知函数 $f(x)=e^{x}-x-a(a\in R)$．

（1）当 $a=0$ 时，求证：$f(x)>x$；

（2）讨论函数 $f(x)$ 在 R 上的零点个数，并求出相对应的 a 的取值范围．

12．（2019•安庆模拟）已知函数 $f(x)=(x-1)e^{x}$．

（1）求函数 $f(x)$ 的单调区间和零点；

（2）若 $f(x)\geqslant ax-e$ 恒成立，求 a 的取值范围．

13．（2019•新乡二模）已知函数 $f(x)=e^{x}+ax+b$ 的图象在点 $(0，f(0))$ 处的切线方程为 $2x-y+1=0$．

（1）求 $f(x)$ 的表达式；

（2）当 $x>0$ 时，$f(x)\geqslant x^{2}+mx+1$ 恒成立，求实数 m 的取值范围．

14. （2019•武汉模拟）已知函数 $f(x)=e^{x}-\dfrac{x^{2}}{2}-1$

（1）若直线 $y=x+a$ 为 $f(x)$ 的切线，求 a 的值．

（2）若 $\forall x\in[0，+\infty)$，$f(x)\geqslant bx$ 恒成立，求 b 的取值范围．

15. （2019•天津二模）已知函数 $f(x)=(x-3)e^{x}+a(x-3)^{2}$（$e$ 为自然对数的底数），其中 $a\in R$．

（1）若 $a=0$，求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）求 $f(x)$ 零点的个数．

16. （2019•陕西二模）已知函数 $f(x)=e^{x}-ax+2(a\in R)$，$g(x)=xe^{x}+3$．

（1）求函数 $f(x)$ 的极值；

（2）当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)\leqslant g(x)$ 恒成立，求证：$a\geqslant 0$．

17．（2019•西安模拟）已知函数 $f(x)=e^{x}-x^{2}+2a+b(x\in R)$ 的图象在 $x=0$ 处的切线为 $y=bx$．(e 为自然对数的底数）．

（1）求 a，b 的值；

（2）当 $x\in R$ 时，求证：$f(x)\geqslant -x^{2}+x$．

18．（2019•扬州模拟）已知函数 $f(x)=\dfrac{x+1}{e^{x}},g(x)=1-ax^{2}(a\in R)$．

（1）求函数 $f(x)$ 的极值；

（2）当 $0<a<\dfrac{1}{2}$ 时，判断方程 $f(x)=g(x)$ 的实根个数，并加以证明；

（3）求证：当 $a\geqslant 1$ 时，对于任意实数 $x\in[-1，+\infty)$，不等式 $f(x)\geqslant g(x)$ 恒成立．

19．（2019•揭阳模拟）已知函数 $f(x)=e^{x}-m(x+1)+1(m\in R)$．

（1）若函数 $f(x)$ 的极小值为 1，求实数 m 的值；

（2）当 $x\geqslant 0$ 时，不等式 $f(x)+\dfrac{m}{2}ln(x+1)\geqslant 0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围．

20．（2019•福建模拟）已知函数 $f(x)=x(e^{2x}-a)$．

（1）若 $y=2x$ 是曲线 $y=f(x)$ 的切线，求 a 的值；

（2）若 $f(x)\geqslant 1+x+lnx$，求 a 的取值范围．

21．（2018·常德月考）已知函数 $f\left(x\right)=e^{x}+ax-1$（$e$ 是自然对数的底数）

（1）当 $a=1$ 时，求点 $\left(1, f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程；

（2）若 $f\left(x\right)\geq x^{2}$ 在 $\left(0, 1\right)$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围．