## 第5讲　基本不等式的综合问题

利用基本不等式求最值时，要坚持“一正、二定、三相等”原则，解题时可以对条件灵活变形，满足求最值的条件要求．

例1　(1)已知*x*2＋*y*2＋*xy*＝1，则*x*＋*y*的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

(2)设*x*≥0，*y*≥0，*x*2＋＝1，则*x*·的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

(3)已知*x*>0，*y*>0，＋＝2，则2*x*＋*y*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　(1)　(2)　(3)3

解析　(1)由(*x*＋*y*)2＝*xy*＋1，

得(*x*＋*y*)2≤2＋1，

则*x*＋*y*≤(当且仅当*x*＝*y*＝时取等号)，

故*x*＋*y*的最大值为.

(2)*x*·＝*x*·

≤·＝·

＝，

故*x*·的最大值为.

(3)∵2*x*＋(*y*＋1)＝[2*x*＋(*y*＋1)]

＝≥4，

∴2*x*＋*y*＝2*x*＋(*y*＋1)－1≥3(当且仅当*x*＝1，*y*＝1时取等号)，故2*x*＋*y*的最小值为3.

例2　记max{*a*，*b*}为*a*，*b*两数的最大值，则当正数*x*，*y*(*x*>*y*)变化时，*t*＝max的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　10

解析　方法一　由题意知*t*≥*x*2，*t*≥，

∴2*t*≥*x*2＋，

又∵*x*2＋≥*x*2＋＝*x*2＋

≥20，∴2*t*≥20，即*t*≥10.

∴当正数*x*，*y*(*x*>*y*)变化时，*t*＝max的最小值为10.

方法二　由题意知*t*≥*x*2>0，*t*≥>0，

∴*t*2≥*x*2·，

又∵*x*2·≥*x*2·＝*x*2·

＝100，∴*t*2≥100，即*t*≥10.

∴当正数*x*，*y*(*x*>*y*)变化时，*t*＝max的最小值为10.

 (1)运用基本不等式求最值时，可通过配凑变量的系数或加减常数项出现定值，满足基本不等式求最值的条件．

(2)将目标函数式中的常数用已知式进行等量代换，或者将目标函数式与已知代数式相乘，然后通过化简变形，求得目标函数的最值．

1．若正数*a*，*b*满足＋＝1，则＋的最小值是(　　)

A．1 B．6 C．9 D．16

答案　B

解析　∵正数*a*，*b*满足＋＝1，

∴*b*＝>0，解得*a*>1.同理可得*b*>1，

∴＋＝＋

＝＋9(*a*－1)≥2＝6，

当且仅当＝9(*a*－1)，即*a*＝时等号成立，

∴所求最小值为6.

2．(2020·厦门模拟)函数*y*＝＋

的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　2

解析　*y*2＝(＋)2

＝4＋2

≤4＋(2*x*－1)＋(5－2*x*)＝8，

又*y*>0，所以0<*y*≤2，当且仅当2*x*－1＝5－2*x*，即*x*＝时取等号．故函数的最大值是2.

3．(2020·天津)已知*a*>0，*b*>0，且*ab*＝1，则＋＋的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　4

解析　因为*a*>0，*b*>0，*ab*＝1，

所以原式＝＋＋

＝＋≥2＝4，

当且仅当＝，

即*a*＋*b*＝4时，等号成立．

故＋＋的最小值为4.

4．设*a*＋*b*＝2，*b*>0，则当*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_时，＋取得最小值．

答案　－2

解析　＋＝＋＝＋＋≥－＋2＝，当且仅当＝且*a*<0，即*a*＝－2，*b*＝4时取等号．故当*a*＝－2时，＋取得最小值．